Subiectul I — Exercițiul 6

Matematica — M2_Stiinte-ale-Naturii

Toate aparițiile acestui exercițiu din toate modelele de examen din categoria de mai sus.

102 exerciții · din 102 sesiuni (2012–2026)

1. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2012 · Model Oficial

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Aria triunghiului MNP este egală cu 16, iar $MN = NP = 8$. Calculați $\sin N$.

Soluție (barem):

sin Aria 2 2 16 sin 8 8 1sin 2 · · Δ = ·= · = MN NP N MNP N N 2p 2p 1p

2. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2012 · Speciala Subiect V07 · V07

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V07.pdf

6. Calculați lungimea laturii BC a triunghiului ABC, știind că $AB=6$, $AC=5$ și $m(\sphericalangle BAC)=60^{\circ}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Soluție (barem):

2 2 2 2 cos BC AB AC AB AC A = + – · · 31 BC = 2p 3p

3. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2012 · Toamna August · V09

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

6. Calculați cosinusul unghiului A al triunghiului ABC, știind că $AB=5$, $AC=6$ și $BC=7$.

IECTUL al II-lea **(30 de**

Soluție (barem):

2 2 2 2 cos BC AB AC AB AC A = + – · · 1cos 5A = 3p 2p

4. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2012 · Vara Iunie · V05

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V05.pdf

6. Determinați măsura x a unui unghi ascuțit, știind că $\dfrac{\sin x+4\cos x}{\cos x}=5$.

Soluție (barem):

sin 4cos 5cos x x x + = sin cos x x = 45 x = ° 1p 2p 2p

5. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2013 · Model Oficial

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **6.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3)$, $B(0,1)$ şi $C(3,1)$. Determinați coordonatele ortocentrului triunghiului ABC.

Soluție (barem):

( )0,1 Bși ( )3,1 C BC Ox ⇒ /parallelto, deci 1H A x x = = , unde H este ortocentrul triunghiului ABC 1BH AC BH AC m m ⊥ ⇒ · = − 1 2 11 2 Hy – –⇒ · = – 2Hy = 2p 2p 1p

6. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2013 · Speciala Subiect V03 · V03

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

6. Determinaţi $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ştiind că $\frac{3\sin x - 2\cos x}{\cos x} = 1$.

ECTUL al II-lea

Soluție (barem):

sin cos x x = 4x π= 3p 2p

7. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2013 · Toamna August · V09

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

6. Calculaţi cosinusul unghiului A al triunghiului ABC în care $AB=5$, $AC=6$ şi $BC=7$.

Soluție (barem):

2 2 2 25 36 49 cos 2 2 5 6 AB AC BC A AB AC + – + – = = = · · · · 1 5= 3p 2p

8. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2013 · Vara Iunie · V02

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

6. Se consideră $E(x)=\sin x+\cos\frac{x}{2}$, unde x este număr real. Calculați $E\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

Soluție (barem):

sin cos 3 3 6 E = + π π π 3 3 32 2 = + = 2p 3p

9. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2014 · Model Oficial

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p | **6.** Rezolvaţi în mulţimea $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ ecuaţia $2\sin x-1=0$.

10. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2014 · Simulare Nationala

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Arătați că $(\sin x+\cos x)^2+(\sin x-\cos x)^2=2$ pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

( ) 2sin cos 1 2sin cos x x x x + = + 2p ( ) ( ) ( ) 2 2 2 sin cos 1 2sin cos sin cos sin cos 2 x x x x x x x x − = − ⇒ + + − = 3p

11. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2014 · Speciala Subiect V09 · V09

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

6. Se consideră $E(x)=\cos x+\sin\frac{x}{2}$, unde x este număr real. Calculați $E\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

Soluție (barem):

cos sin 2 2 4 E π π π = + = 3p 2 2 0 2 2 = + = 2p

12. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2014 · Toamna August · V07

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

6. Calculaţi cosinusul unghiului A al triunghiului ABC în care $AB=4$, $AC=5$ şi $BC=6$.

Soluție (barem):

16 25 36 cos 2 4 5 A + – = = · · 3p 1 8= 2p

13. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2014 · Vara Iunie · V01

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

paralele.

6. Determinați raza cercului circumscris triunghiului ABC în care $AB=3$, $AC=4$ și $BC=5$.

14. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2015 · Model Oficial

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Calculați $\operatorname{ctg} a$, știind că $\sin a = \frac{1}{3}$ și $a \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

15. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2015 · Simulare Nationala

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Calculați raza cercului înscris în triunghiul ABC, știind că $AB=6$, $AC=8$ și $BC=10$.

Soluție (barem):

24 ABC Δ =A 2p 12 p = , deci 2r = 3p

16. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2015 · Speciala Subiect V09 · V09

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

6. Calculaţi lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC în care $AB=8$ şi $C=\frac{\pi}{6}$.

17. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2015 · Toamna August · V01

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V01.pdf

6. Arătați că $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, știind că $\sin x = \frac{1}{2}$ și $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

18. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2015 · Vara Iunie · V08

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

6. Determinaţi aria triunghiului MNP, ştiind că $MN=12$, $MP=3$ și $m(\sphericalangle M)=30°$.

19. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2016 · Model Oficial

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Arătați că $\left(2\sin x+\cos x\right)^2+\left(\sin x+2\cos x\right)^2-4\sin 2x=5$, pentru orice număr real x.

20. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2016 · Simulare Nationala

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Arătaţi că $\frac{1+\cos 2x}{1-\cos 2x} = \operatorname{ctg}^2 x$, pentru orice $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

Soluție (barem):

21 cos 2 2cos x x + = 2p 2 2 2 2 1 cos 2 2cos 1 cos 2 2sin ctg 1 cos 2 2sin x x x x x x x +– = ⇒ = = – , pentru orice 0, 2x π ∈ 3p

21. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2016 · Speciala Subiect V01 · V01

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

6. Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x = \frac{1}{2}$, arătaţi că $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

22. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2016 · Toamna August · V02

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V02.pdf

6. Calculați lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC, în care $AB=\sqrt{2}$ și $C=\frac{\pi}{4}$.

Soluție (barem):

22sin 22 2 AB R R C = ⇒ = = · 3p 1= 2p

23. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2016 · Vara Iunie · V08

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

6. Determinaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $AB=6$, $AC=4$ și $A=\frac{\pi}{6}$.

Soluție (barem):

16 4 sin 6 4 6 2 2 2 ABC π Δ · · · · = = = A 3p 6= 2p

24. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2017 · Model Oficial

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Determinaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $AB=6$, $AC=4$ și $A=\frac{\pi}{6}$.

Soluție (barem):

16 4 sin 6 4 6 2 2 2 ABC π Δ · · · · = = = A 3p 6= 2p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( ) ( ) 1 1 1 1 0 det 0 2 2 2 2 A A − − − − = ⇒ = = − − 2p ( )2 2 4 = − − = 3p b) ( ) ( ) 1 1 1 1 1 1 0 2 1 1 2 1 2 2 1 2 4 2 m m A m A m m m + − − − − − − + + − = + = = + − − − − 3p ( ) 0 1 2 2 1 2 1 A− = = − , pentru orice număr real m 2p c) ( )( ) 21 1 det 3 4 2 2 mA m m m m − − = = − + − 2p Pentru orice număr real m, 2 3 4 0 m m − + ≠ , deci matricea ( )A m este inversabilă 3p 2.a) 3 9 9 27 3 x y xy x y ∗ = − + + − + = 2p ( ) ( ) ( )( )3 3 9 3 3 3 3 3 3 x y y x y = − − + − + = − − − + , pentru orice numere reale xși y 3p b) ( ) ( )( )( ) ( )( )( )3 3 3 3 9 3 3 3 3 x y z x y z x y z ∗ ∗ = − − − + ∗ = − − − + 2p ( ) ( )( )( ) ( )( ) ( )3 3 3 3 9 3 3 3 3 x y z x y z x y z x y z ∗ ∗ = ∗ − − − + = − − − + = ∗ ∗ , pentru orice numere reale x, yși z, deci legea de compoziție „ ∗” este asociativă 3p Ministerul Educației Naționaleși CercetăriiȘtiințifice Centrul Național de Evaluareși Examinare Probă scrisă la matematică M_șt-nat

25. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2017 · Simulare Nationala

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB=3\sqrt{2}$, $m(\measuredangle ACB)=30°$ și $m(\measuredangle BAC)=45°$. Determinați lungimea laturii BC.

Soluție (barem):

3 2 sin 45 sin sin sin 30 AB BC BC C A · ° = ⇒ = = ° 2p 23 2 2 61 2 · = = 3p

26. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2017 · Speciala Subiect V04 · V04

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V04.pdf

6. Se consideră $E(x)=\cos\frac{x}{2}+\sin x$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}$.

[ECTUL al II-lea (

Soluție (barem):

cos sin 3 6 3 E π π π = + = 2p 3 3 32 2 = + = 3p

27. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2017 · Toamna August · V10

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V10.pdf

6. Calculaţi lungimea razei cercului circumscris triunghiului dreptunghic ABC care are catetele $AB=8$ și $AC=6$.

Soluție (barem):

10 BC = 2p 5R = 3p

28. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2017 · Vara Iunie · V02

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 4\sqrt{3}$, $AC = 4$ și $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Calculați $\sin B$.

[ECTUL al II-lea **(3(**

Soluție (barem):

34 2sin sin sin 4 3 AB AC BC B · = ⇒ = = 3p 1 2= 2p

29. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2018 · Model Oficial

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Calculaţi sinusul unghiului D al triunghiului DEF, știind că semiperimetrul triunghiului DEF este egal cu 6, $DE = 4$ și $DF = 5$.

Soluție (barem):

3EF = 2p DEF Δ este dreptunghicîn E, deci 3sin 5D = 3p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( ) 1 0 1 det 0 1 1 0 0 0 1 1 0 1 1 0 A= − = + + − − − − − = − 3p 1 1 2 = + = 2p b) 2 1 1 1 0 1 1 1 0 A A − ⋅ = − , 3 0 1 0 1 1 1 1 2 A A A ⋅ ⋅ = − 2p 3 0 1 1 0 1 1 0 0 0 1 1 0 1 1 0 1 0 1 1 1 2 1 1 0 0 0 1 x y x = − + ⇔ = − − , 2y= 3p c) 2 0 1 0 0 1 det 2 1 1 1 B B = ⇒ = − 2p 1 1 1 02 2 1 1 12 2 0 1 0 B− − = − 3p Ministerul Educației Naționale Centrul Național de Evaluareși Examinare Probă scrisă la matematică M_șt-nat Model Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializareaștiințe ale naturii Pagina 2 din 2 2.a) 32log 9 2 2 2 9 2 2 ⋅ = = = ∘ 3p 42 16 = = 2p b) 32log 3 225 25 x x = ⇔ = 2p 5x= − care nu convine, 5x= care convine 3p c) ( ) 2 33 3 log 2log log 2 xy y x y x x y = = = = ∘ 3p 32log xy y x = = ∘ , pentru orice ,x y M ∈ 2p SUBIECTUL al IIIzlea

30. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2018 · Simulare Nationala

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Arătați că, dacă x este număr real pentru care $\sin x+\cos x=\sqrt{2}$, atunci $\operatorname{tg} x+\operatorname{ctg} x=2$.

Soluție (barem):

( ) 2 1sin cos 2 sin cos 2x x x x + = ⇒ = 2p 2 2 sin cos 1 tg ctg 2 1sin cos 2 x x x x x x ++ = = = 3p

31. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2018 · Speciala Subiect V03 · V03

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

6. Arătaţi că, dacă $\sin 2x = \frac{1}{2}$, atunci $(\sin x + \cos x)^2 = \frac{3}{2}$.

Soluție (barem):

( ) 2 2 2 1sin 2 sin cos sin 2sin cos cos 1 sin 2 2x x x x x x x = ⇒ + = + + = + = 3p 1 3 1 2 2 = + = 2p

32. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2018 · Toamna August · V09

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

.

6. Arătați că $\sin(\pi - x)\cos(2\pi + x) - \sin(2\pi + x)\cos(\pi - x) = \sin 2x$, pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

( ) ( ) ( ) ( ) ( )sin cos 2 sin 2 cos sin cos sin cos x x x x x x x x π π π π − + − + − = − − = 3p 2sin cos sin 2 x x x = = , pentru orice număr real x 2p

33. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2018 · Vara Iunie · V02

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

6. Arătaţi că $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = \frac{5}{2}$, știind că $\sin x = \frac{1}{\sqrt{5}}$ și $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

ECTUL al II-lea

Soluție (barem):

Cum 1sin 5 x = și 0, 2x π ∈ , obținem 2cos 5 x = 2p 2 2 sin cos 5 tg ctg sin cos 2 x x x x x x ++ = = 3p

34. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2019 · Model Oficial

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Determinați $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ pentru care $\cos x \sin(\pi - x) - \sin x \cos(\pi + x) = 1$.

Soluție (barem):

cos sin sin cos 1 sin 2 1 x x x x x + = ⇔ = 3p Cum 0, 2x π ∈ , obținem 4x π= 2p

35. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2019 · Simulare Nationala

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Calculați aria triunghiului ABC, știind că $AB=6$, $AC=10$ și $\cos A=\frac{3}{5}$.

Soluție (barem):

4sin 5A = 2p 46 10 sin 5 24 2 2 ABC AB AC A Δ · · · · = = = A 3p

36. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2019 · Speciala Subiect V08 · V08

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V08.pdf

6. Arătați că $\sin 3x+\sin 2x+\sin x=\sqrt{3}$, știind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ și $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

[ECTUL al II-lea

37. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2019 · Toamna August · V07

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

6. Arătați că $\sin^2\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\sin^2(x+\pi)=1$, pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

sin cos 2 x x π − = , ( )sin sin x x π+ = − 2p ( )2 2 2 2 sin sin cos sin 1 2 x x x x π π − + + = + = , pentru orice număr real x 3p

38. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2019 · Vara Iunie · V06

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

6. Arătați că $\sin x(3\sin x-\cos x)+\cos x(\sin x+3\cos x)=3$, pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

( ) ( ) 2 2 sin 3sin cos cos sin 3cos 3sin sin cos cos sin 3cos x x x x x x x x x x x x − + + = − + + = 2p ( ) 2 2 3 sin cos 3 x x = + = , pentru orice număr real x 3p

39. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2020 · Model Oficial

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Arătaţi că, dacă x este număr real pentru care $\sin x = \cos x$, atunci $\cos 2x = 0$.

Soluție (barem):

2 2 cos 2 cos sin x x x = − = 2p ( )( ) ( )cos sin cos sin 0 cos sin 0 x x x x x x = − + = · + = 3p

40. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2020 · Speciala Subiect V01 · V01

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

6. Se consideră expresia $E(x)=\sin^2 x-\cos^2 x+\sqrt{2}(\sin x+\cos x)-2$, unde x este număr real. Arătaţi că $E\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$.

[ECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Soluție (barem):

2 2 1 1 2 2 sin cos 2 sin cos 2 2 2 4 4 4 4 4 2 2 2 2 E π π π π π = − + + − = − + + − = 3p 2 2 2 2 0 2= · − = 2p

41. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

5p | **6.** Determinați $x \in (0, \pi)$, știind că $(2\sin x + \cos x)^2 - 4\cos x(\sin x - \cos x) = 4$.

42. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

5p | **6**. Arătaţi că $(\sin x-\cos x)^2+(\sin x+\cos x)^2=2$, pentru orice număr real x.

43. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

5p **6**. Calculaţi lungimea ipotenuzei BC a triunghiului dreptunghic ABC, în care $AB=10$ și $\cos B=\frac{1}{2}$.

44. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

5p | **6.** Calculaţi $\cos 2x$, știind că $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$ și $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

45. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

5p | **6.** Arătaţi că $\operatorname{tg} x = \frac{3}{4}$, știind că $\sin x = \frac{3}{5}$ și $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

46. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

5p **6.** Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC cu $AB=8$, $BC=8$ și aria egală cu 16. Determinați măsura unghiului B.

47. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

5p | **6.** Determinați $\cos 2x$, știind că x este număr real și $\sin x = \frac{12}{13}$.

48. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

5p | **6**. Determinați numărul real a, $a>1$, știind că $a-1$, $2a$ și $2a+1$ sunt lungimile laturilor unui triunghi dreptunghic.

Soluție (barem):

Cum triunghiul este dreptunghic, 2 1 1aași 2 2 22 1 2 2 1 2 1a a a a a , deci 2 60aa 2p Cum a este număr real, 1a , obținem 6a 3p

49. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

5p | **6.** Determinați raza cercului circumscris triunghiului MNP, știind că $MN=16$ și $m(\sphericalangle P)=30^\circ$.

50. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

5p | **6.** Determinați perimetrul triunghiului ABC, știind că $AB=5$, $AC=4$ și $m(\sphericalangle A)=60^\circ$.

51. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

5p | **6.** Lungimile laturilor unui triunghi sunt egale cu 2, 3 și 4. Arătați că triunghiul este obtuzunghic.

52. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

5p **6.** Un triunghi dreptunghic are catetele de lungime 6, respectiv 8. Determinați raza cercului înscris în acest triunghi.

Soluție (barem):

Triunghiul are ipotenuza egală cu 10 și aria $68\ 242S\ 2p\ \ 24\ 212\ Sr\ p\ \ 3p$

53. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test13

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test13.pdf

5p | **6.** Determinați $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, știind că $\sin x \cos(\pi - x) - \sin(\pi - x)\cos x = -1$.

54. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test14

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test14.pdf

5p | **6.** Triunghiul ABC are $AB=10$ și $AC=5$. Arătați că $\sin C=2\sin B$.

55. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test15

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test15.pdf

5p **6.** Determinați $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, astfel încât $\cos 2x \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin 2x \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$.

56. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test16

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test16.pdf

5p | **6.** Arătaţi că, dacă triunghiul ABC este înscris într-un cerc de rază $\frac{1}{2}$, atunci $\cos^2 A = 1 - BC^2$.

57. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test17

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test17.pdf

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic isoscel, cu ipotenuza $BC=8\sqrt{2}$. Arătați că raza cercului înscris în ΔABC este egală cu $4\left(2-\sqrt{2}\right)$.

58. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test18

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test18.pdf

5p **6.** Triunghiul ABC este înscris într-un cerc de rază 1. Arătați că $4\sin A\cdot\sin B=AC\cdot BC$.

59. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test19

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test19.pdf

5p | **6.** Determinați $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, știind că $\operatorname{tg} 2x = -1$.

60. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test20

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test20.pdf

5p | **6.** Determinați $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, astfel încât $\operatorname{tg} x + 3\operatorname{ctg} x = 2\sqrt{3}$.

61. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2020 · Toamna August · V03

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

6. Calculaţi lungimea ipotenuzei BC a triunghiului dreptunghic ABC, în care $AB = 5$ și $\cos B = \frac{1}{2}$.

[ECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Soluție (barem):

1 5 cos 2 AB B BC BC = ⇔ = 3p 10 BC = 2p

62. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2020 · Vara Iunie · V06

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

6. Arătați că $\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=0$, pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

sin cos sin cos sin cos cos cos sin sin 4 4 4 4 4 4 x x x x x x π π π π π π – + + = – + – = 2p 2 2 2 2 sin cos cos sin 0 2 2 2 2 2 x x x x = – + – = , pentru orice număr real x 3p

63. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2021 · Model Oficial

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **6**. În triunghiul ABC dreptunghic în A, $BC=12$ și $B=\frac{\pi}{6}$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $18\sqrt{3}$.

64. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Simulare Nationala

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Calculați lungimea laturii BC a triunghiului ABC, știind că $AB=2$, $AC=2\sqrt{3}$ și $B=\frac{\pi}{3}$.

Soluție (barem):

2 2 2 2 12 cos 12 4 2 2 2AC AB BC AB BC B BC BC = + − · · ⇒ = + − · · · 3p 2 2 8 0 4 BC BC BC − − = ⇒ = 2p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) ( )( ) ( )( ) 2 1 2 0 4 det 0 0 1 2 1 2 4 0 1 2 x x A x a a x x ax x x + − = = + − + = − 3p ( ) 2 2 1 4 4 a x ax a = − + = , pentru orice număr real x 2p b) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) 2 1 2 0 4 0 0 0 1 2 x y x y A x A y a x y x y + + − + · = + − + , ( ) ( ) ( ) ( ) 1 2 0 4 0 0 0 1 2 x y x y A x y a x y x y + + − + + = + − + , pentru orice numere reale xși y 3p ( ) ( ) ( ) 2A x A y A x y a a · = + ⇒ = și, cum a un număr real nenul, obținem 1a= 2p c) ( ) ( ) ( ) 32 2 0 A A A I − · = = , deci ( )2A − este inversa matricei ( )2A 2p ( ) ( ) ( ) 3 0 4 2 3 1 0 1 0 1 0 1 X A A X A X − = − · ⇒ = ⇒ = − 3p 2.a) ( ) ( ) 0 2021 2021 2 2 0 2021 log 2 2 1 log 1 2 1 ∗ = + − = + − = 3p 2021 2log 2 2021 = = 2p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișsi Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_șt-nat Simulare Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, prof

65. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

6. Triunghiul ABC este înscris într-un cerc de rază 5. Arătați că $\sin A \cdot \sin B \cdot \sin C = \dfrac{AB \cdot AC \cdot BC}{1000}$.

Soluție (barem):

2sin sin sin BC AC AB RA B C = = = și, cum 5R= , obținem sin 10 BC A= , sin 10 AC B= și sin 10 AB C = 3p sin sin sin 10 10 10 1000 BC AC AB AB AC BC A B C · · · · = · · = 2p SUBIECTUL al IIvlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( ) ( ) 1 1 1 1 1,0 det 1,0 1 1 1 1 A A – – = ⇒ = = – – 2p ( )1 1 0 = – – – = 3p b) ( )( ) ( ) 2det , 2 1 1 1 a a A a b b a b b –= = – + + – , pentru orice numere reale și b 2p ( ),0 a∈ −∞ și ( ) ( )( )0, 1 1 det , 0 b b a A a b ∈ +∞ ⇒ – + > ⇒ ≠ , deci ( ),A a b este inversabilă 3p c) ( ) 1 1 1,3 4 2 A – = , ( )( )det 1,3 6 A = , deci ( )1,3 A este inversabilăși ( )( ) 1 1 1 3 6 1,3 2 1 3 6 A – = – 3p ( )( ) ( ) 1 1,3 2,1 X A A – = · și, cum ( ) 2 0 2,1 2 0 A = , obținem 1 0 1 0 X = – 2p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișsi Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_șt-nat Testul 1 Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializareaștiințe ale naturii Pagina 2 din 3 2.a) ( ) ( ) ( ) ( ) 21 1 3 1 1 1 1 3– = · · – – + – + = ◦ 2p 2 7 3 3 3 = – +

66. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

6. Determinați $\cos(\pi - 2x)$, știind că x este număr real și $\cos x = \frac{2}{3}$.

67. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

6. Triunghiul ABC are măsura unghiului A de $30°$ și măsura unghiului B de $45°$. Arătați că $AC = BC\sqrt{2}$.

Soluție (barem):

1sin 2A= , 2sin 2B= 2p 2 2sin sin 2 AC BC AC BC B A = ⇒ = , deci 2AC BC = 3p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) ( )( ) ( ) 4 1 det 1 2 1 0 3 2 4 12 0 2 3 0 m A m m m = − = − + − − − − = − − 3p 3 4 10 10 m m m = − + − = − , pentru orice număr real m 2p b) ( ) 4 1 9 9 1 2 1 2 3 0 A = − − − , ( )( )det 9 1 A = − 2p ( )1 3 27 19 9 2 18 13 1 10 7 A− = − − − − − − 3p c) ( )( )10 det 0 m A m ≠ ⇒ ≠ , deci sistemul este compatibil determinați ( ) ( ), , 2,1,0 a b c = 3p Cum 2 2 log log 2 1 a= = și 1 0 1 b c + = + = , obținem 2log a b c = + 2p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișsi Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_șt-nat Testul 3 Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializareaștiințe ale naturii Pagina 2 din 2 2.a) ( )( )3 7 3 3 3 3 x x ∗ = − − + = 3p 0 3 3 = + = , pentru orice număr real x 2p b) ( ) 27 3 3 x x x ∗ = − + , ( ) 349 3 3 x x x x ∗ ∗ = − + , pentru orice număr real x 2p ( ) ( ) 3 3 49 3 3 46 3 1 x x − + = − ⇔ − = − , deci 2x= 3p c) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) 5 5 7 3 3 3 7

68. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

numerele reale a pentru care vectorii $\vec{u}$ și $\vec{v}$ sunt coliniari.

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB > BC$, $AC = 6$, $BC = 10$ și aria egală cu 15. Determinați măsura unghiului C.

69. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

6. Determinați numerele reale a, $a>-2$, știind că a^2+1 și $a+2$ sunt lungimile ipotenuzei, respectiv razei cercului circumscris unui triunghi dreptunghic.

Soluție (barem):

Triunghiul este dreptunghic, deci ( )2 1 2 2 a a + = + , de unde obținem 2 2 3 0 a a − − = 3p 1a= − sau 3a= , care convin 2p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( ) ( ) 1 0 2 1 0 2 4 1 0 1 4 1 0 1 4 1 1 4 1 det 1 A A = ⇒ = = 2p 0 2 0 0 1 0 1 = + + − − − = 3p b) ( ) ( ) ( ) 1 1 1 0 1 1 1 1 1 2 1 2 1 0 1 1 1 1 2 1 2 1 1 1 1 0 1 a a a a a a a a a A a A A a a a a a + + + + − + · − + = − = + + + + , pentru orice ( )0, a∈ +∞ 3p ( ) ( ) ( )( ) 1 1 det 1 1 1 1 1 1 1 0 1 0 1 a a a a A a A A a a a + − + · − + = = + − > + , pentru orice ( )0, a∈ +∞ 2p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișsi Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_șt-nat Testul 5 Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializareaștiințe ale naturii Pagina 2 din 3 c) ( ) ( ) ( )( )2 2 2 101 1 1 0 1 2 2 1 1 1 0 1 1 1 0 1 2 1 1 2 1 1 1 1 1 1 6 n n nn B n n n n n n n n n + + + + + + + = + + + + + + = + + + + + + + + + + + + … … … … …

70. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

6. Determinați raza cercului înscris în triunghiul MNP, dreptunghic în N, știind că $MN=12$ și $NP=16$.

Soluție (barem):

20 MP = , deci semiperimetrul MNP Δ este 24 p= 2p 96 96 4 2 24 MNP MNP MN NP r p Δ Δ ·= = ⇒ = = = AA 3p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( ) ( ) 1 2 1 1 2 1 1 2 4 1 det 1 2 4 1 1 1 1 1 1 1 A A = − ⇒ = − = − − 2p ( ) ( ) ( )4 2 2 4 1 4 3 =− + + − − − − − − =− 3p b) ( )( ) 3det 4 A a a a = − , pentru orice număr real a 2p ( )A a este inversabilă ( )( ) ( )( )det 0 2 2 0 A a a a a ⇔ ≠ ⇔ − + ≠ , deci { }\ 2,0,2 a∈ − ℝ 3p c) Dacă ( )0 0 0 , , x y z este soluție a sistemului cu 0 0 0 2 3 y z x = = , atunci 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 3 1 2 8 3 1 2 3 0 ax x x x x ax x ax x + + = + − = + − = , unde a este număr real, deci ( ) ( ) ( ) 0 0 0 7 1 10 3 1 2 1 0 x a x a x a + = − = − = 2p ( )0 7 1 x a + = , deci 0 0x ≠ și, cum ( )02 1 0 x a − = , obținem că 1a= ; ( )0 0 17 1 8x a x + = ⇒ = și ( )0 0 110 3 1 7x a x − = ⇒ = , ceea ce este imposibil 3p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișsi Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_șt-nat Testul 6 Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializ

71. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=6$, $AC=3$ și unghiul A de $120°$. Calculați perimetrul triunghiului ABC.

72. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

6. Arătaţi că $\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=\sin x$, pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

sin sin sin cos cos sin sin cos cos sin 3 3 3 3 3 3 x x x x x x π π π π π π + + − = + + − = 3p 12sin cos 2sin sin 3 2 x x x π= = · = , pentru orice număr real x 2p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( ) 0 1 0 1 0 det 0 2 3 2 3 A A = ⇒ = = 2p 0 3 1 2 2 = · − · = − 3p b) ( ) 2 2 1det 3 3 2 2 2 3 a a A a a a a a a a a += = + − − − = − + + , pentru orice număr real a 3p ( ) ( )det 0 A a A a ≠ ⇒ este inversabilă, pentru orice număr real a 2p c) ( )( ) 1 3 1 2 2 2 2 2 a a A a a a − + + − = + − , pentru orice numărîntreg a 2p ( )( ) ( ) 1 1 1 a b a b X A a A b b a b a − − + − = = − − + și, cum și b sunt numereîntregi, obținem că X are toate elementele numereîntregi 3p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișsi Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_șt-nat Testul 8 Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializareaștiințe ale naturii Pagina 2 din 2 2.a) 2 2 2 4 2 4 4 2 a · · = = + = ◦ 2p 1 4 5 = + = , care este numărîntreg 3p b) 2 2 2 2 x y x y xy += ◦ , pentru

73. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

5p **6.** Arătaţi că, pentru orice număr real x, $\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=\cos x$.

74. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

6. Determinați $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ pentru care $\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)\cos x = \cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)\sin x + 1$.

75. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6 (5 p)

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

5p | **6**. Arătați că $\sin^2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)-\cos^2\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\cos 2x$, pentru orice număr real x.

76. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

6. În triunghiul ABC, $AB = 6$, $AC = 3\sqrt{6}$ și $B = \frac{\pi}{3}$. Determinați măsura unghiului C.

Soluție (barem):

6sin sin sin sin 3 6 AB AC B CC B = ⇒ = și, cum 3sin 2B= , obținem 2sin 2C = 3p Cum 3C ππ< − , obținem 4C π= 2p SUBIECTUL al IIvlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( )( ) 1 2 1 2 2 det 2 2 1 2 1 A A = ⇒ = = − − 2p ( )1 1 2 2 1 2 3 = · − · − = + = 3p b) ( ) 2det 1 A a a = + , pentru orice număr real a 2p 21 0 a+ > , pentru orice număr real ( )det 0 a A a ⇒ ≠ , deci ( )A a este inversabilă pentru orice număr real a 3p c) ( ) 1 1 1 1 1 A = − , ( ) ( ) 0 2 1 1 2 0 A A · = − , ( ) ( ) ( ) ( ) 2 4 0 1 1 1 1 4 0 4 A A A A I − · · · = = − − 3p ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( )21 1 1 1 1 4 1 4 1 A A A A A I A A · · · · = − · = − , deci 4k= − 2p Ministerul Educației Centrul Național de Politiciși Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_șt-nat Testul 12 Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializareaștiințe ale naturii Pagina 2 din 2 2.a) 1 1 1 1 1 1 3 2 2 2 3 3 3 3 3 = · · − · − · + = ◦ 3p 1 2 2 2 1 3 3 3 = − − + = , care este numărîntreg 2p b) 23 4 2 x x x x = − + ◦ , pentru orice număr real x 2p 22 4 3 4 0 3 3 x x x x

77. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Toamna August · V04

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

6. Se consideră $E(x)=\cos x+\cos 2x+\cos 3x$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$.

Soluție (barem):

3cos cos cos 4 4 2 4 E π π π π = + + = 2p 2 2 0 0 2 2 = + + − = 3p

78. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2021 · Vara Iunie · V02

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

6. Determinaţi $x \in (0, \pi)$, ştiind că $(\sin x - \cos x)^2 = 2$.

Soluție (barem):

2 2 sin 2sin cos cos 2 1 sin 2 2 sin 2 1 x x x x x x − + = ⇔ − = ⇔ = − 3p Cum ( )0, x π∈ , obținem 32 2x π= , deci 3 4x π= 2p

79. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2022 · Model Oficial

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Arătați că $\left(\sin x+\cos x\right)^2-\left(\sin x-\cos x\right)^2=2\cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)$, pentru orice număr real x.

Soluție (barem):

( ) ( ) 2 2 sin cos sin cos 4sin cos x x x x x x + − − = = 2p 2sin2 2cos 2 2x x π = = − , pentru orice număr real x 3p SUBIECTUL al IIvlea (30 de puncte) 1.a) ( ) ( ) ( ) 1 1 1 1 1 det 1 2 1 2 1 A A − = ⇒ − = = − − 2p ( )1 1 1 2 3 = · − · − = 3p b) ( )( ) 2 21det 1 1 1 xA x x x x = = − + − , pentru orice număr real x 3p Cum ( )( )det 0 A x ≠ pentru orice număr real x, obținem că matricea ( )A x este inversabilă pentru orice număr real x 2p c) ( ) ( ) ( ) 11 1 1 1 1 1 0 1 0 1 A A − − = ⇒ = 2p Cum ( ) 4 1 2 1 1 A = și ( )( ) ( ) ( )( ) 1 1 1 2 1 X A A A − − = · · , obținem 3 3 1 0 X − = 3p 2.a) ( )2 0 2 0 2 2 0 1 2 = · − + − + = ∘ 3p 2 2 2 2 = − + + = 2p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișsi Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_șt-nat Model Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializareaștiințe ale naturii Pagina 2 din 2 b) ( ) ( ) 2 2 2 2 2 2 1 2 2 2 1 2 0 x x x x x − − − + + − + = ⇔ − + + = 3p 2 1 x= − sau 2 2 x= + 2p c) 2 1 e= + este

80. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2022 · Simulare Nationala

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Se consideră triunghiul isoscel ABC, cu măsura unghiului A egală cu $120°$ și $AB = 6$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $9\sqrt{3}$.

Soluție (barem):

6AC AB = = 2p 36 6 sin120 2 9 3 2 2 ABC AB AC Δ · · · · ° = = = A 3p SUBIECTUL al IIzlea (30 de puncte) 1.a) ( ) 0 1 det 0 0 1 1 1 0 A= = · − · − = − 3p 0 1 1 = + = 2p b) ( ) ( ) ( )( ) ( ) 2 2 2 2 2 3 5 3 5 15 8 16 8 B B I iA I iA I iA i A A I iA · = + + = + + · = + = 3p ( ) ( )28 2 8 2 I iA B = + = , deci 2x= 2p c) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) ( ) 21 det 2 1 m in iB m iB n B m iB n m in ii m in + − + = ⇒ + = + − − + + , unde ,m n ∈ ℤ 2p ( ) ( )B m iB n + nu este inversabilă, deci ( ) ( )( ) ( )2 2 det 0 2 1 0 B m iB n m n mn i+ = ⇒ − + − = și, cum mși n sunt numereîntregi, obținem perechile ( )1, 1 − − și ( )1,1 3p 2.a) ( )( )2 5 2 5 2 1 5 1 ∗ = · − − − = 3p 10 4 8 = − = 2p Ministerul Educației Centrul Național de Politicișsi Evaluareîn Educație Probă scrisă la matematică M_șt-nat Simulare Barem de evaluareși de notare Filiera teoretică, profilul real, specializareaștiințe ale naturii Pagina 2 din 2 b) ( )( )1 1 1 1 1 x x x x ∗ = · − − − = , pentru orice x M ∈ 2p ( )( )1 1 1 1 1 x x x x ∗ = · − − − = , pentru orice x M ∈ , deci 1e= este elementul neutru al legii de compoziție „ ∗” 3p c) ( )( ) ( ) ( )( ) ( )( ) ( )( )1 1 1 1 1 1 1 1 x nx x nx y x n y x n y nx y y x n nx − − − ∗ − ∗ = − − − − − − = − · −

81. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2022 · Speciala Subiect V03 · V03

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

6. Se consideră $E(x)=\operatorname{tg}x+\sin\frac{3x}{2}-2\cos\frac{x}{2}$, unde $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right)=1$.

82. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2022 · Toamna August · V07

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, astfel încât $AC = 4$ și măsura unghiului B este egală cu $60°$. Arătați că înălțimea din vârful A a triunghiului ABC are lungimea egală cu 2.

Soluție (barem):

Măsura unghiului ACB este egală cu 30 ° 2p Dacă AD esteînălțimea din vârful A a triunghiului ABC , atunci triunghiul ACD este dreptunghic, cu unghiul ACD de 30 ° , de unde obținem 22 AC AD = = 3p

83. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2022 · Vara Iunie · V01

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

6. Se consideră expresia $E(x)=\sin x+\sin\frac{3x}{2}-\cos\frac{x}{2}$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right)=1$.

Soluție (barem):

3sin 3 2 π = , sin 1 2 π = , 3cos 6 2 π = 3p 3 3 1 1 3 2 2 E π = + − = 2p

84. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2023 · Model Oficial

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Arătați că $\left(\operatorname{tg} x+1\right)\left(\operatorname{ctg} x-1\right)=2\operatorname{ctg} 2x$, pentru orice $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

85. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2023 · Simulare Nationala

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu măsura unghiului B egală cu $\frac{\pi}{6}$ și $BC = 24$. Bisectoarea unghiului C al triunghiului ABC intersectează latura AB în punctul D. Determinați lungimea segmentului CD.

86. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2023 · Speciala Subiect V06 · V06

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V06.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AC=6$ și $\text{tg}C=\sqrt{3}$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $18\sqrt{3}$.

Soluție (barem):

tg 6 3 AB C AB AC = = 3p 6 6 3 18 3 2ABC Δ ·= = A 2p

87. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2023 · Toamna August · V07

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

reale a și b, știind că punctul A este mijlocul segmentului BC.

6. Se consideră triunghiul ABC, cu $AB = AC = 10$ și $BC = 16$. Arătați că $AD = 6$, unde AD este înălțime în triunghiul ABC.

Soluție (barem):

Triunghiul ABD este dreptunghicîn Dși 8BD = 3p 100 64 6 AD = – = 2p

88. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2023 · Vara Iunie · V01

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

6. Se consideră $E(x)=2\sin x\sin 2x-\cos x$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{6}\right)=0$.

Soluție (barem):

1sin 6 2 π = , 3sin 3 2 π = , 3cos 6 2 π = 3p 1 3 3 2 0 6 2 2 2 E π = · · − = 2p

89. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2024 · Model Oficial

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Se consideră $E(x)=3\cos^2 x-\cos\frac{x}{2}\cdot\sin x$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right)=0$.

Soluție (barem):

1cos 3 2 , 3cos 6 2 , 3sin 3 2 3p 1 3 3 3 0 3 4 2 2 E 2p

90. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2024 · Simulare Nationala

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $B=\frac{\pi}{6}$ și mediana $AM=4$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $8\sqrt{3}$.

Soluție (barem):

4AC 2p 4 3 AB , deci 4 3 4 8 3 2ABC A 3p

91. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2024 · Speciala Subiect V09 · V09

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AC=6$ și aria egală cu 24. Arătați că $AB=8$.

92. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2024 · Toamna August · V03

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB=5$ și $BC=5\sqrt{5}$. Arătați că $\sin C=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Soluție (barem):

5sin 5 5 AB C BC = = = 3p 1 5 55 = = 2p

93. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2024 · Vara Iunie · V10

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V10.pdf

6. Se consideră expresia $E(x)=2\sin x\cdot\cos\frac{x}{2}+\left(\sin\frac{3x}{4}\right)^2$. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{3}\right)=2$.

Soluție (barem):

3sin 3 2 π = , 3cos 6 2 π = , 2sin 4 2 π = 3p 3 3 2 2 2 3 2 2 4 E π = · · + = 2p

94. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2025 · Model Oficial

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB=6$ și $B=\frac{\pi}{6}$. Arătați că raza cercului circumscris triunghiului ABC este egală cu $2\sqrt{3}$.

95. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2025 · Speciala Subiect V03 · V03

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $BC=10$ și $\sin B=\frac{2}{5}$. Arătați că $AC=4$.

Soluție (barem):

sin AC B BC = , deci 2 5 10 AC = 3p 2 10 45AC · = = 2p

96. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2025 · Toamna August · V03

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $BC=10$ și $\sin B=\frac{2}{5}$. Arătați că $AC=4$.

Soluție (barem):

sin AC B BC = , deci 2 5 10 AC = 3p 2 10 45AC · = = 2p

97. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2025 · Vara Iunie · V01

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

,

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB = 4$ și $\cos B = \frac{2}{3}$. Arătați că $BC = 6$.

98. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2026 · Model Oficial

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $C=\frac{\pi}{6}$. Raza cercului circumscris triunghiului ABC este egală cu 4. Arătați că $AB=4$.

Soluție (barem):

2 8 BC R , unde R este raza cercului circumscris triunghiului ABC 2p 42 BC AB 3p

99. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2026 · Rezerva Toamna August · V05

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Rezerva_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V05.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB = 2$ și $BC = 4$. Arătați că $AD = \sqrt{3}$, unde AD este înălțime a triunghiului ABC.

100. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2026 · Speciala Subiect V02 · V02

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V02.pdf

6. Se consideră expresia $E(x)=\cos x\cdot\sin 3x-\sin 2x$, unde x este număr real. Arătați că $E\left(\frac{\pi}{6}\right)=0$.

Soluție (barem):

3cos 6 2 π = , sin 1 2 π = , 3sin 3 2 π = 3p 3 3 1 0 6 2 2 E π = · − = 2p

101. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2026 · Toamna August · V04

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

dintre punctul C și mijlocul segmentului AB.

6. Se consideră triunghiul ABC, cu $AC=9$ și $B=\frac{\pi}{3}$. Arătați că raza cercului circumscris triunghiului ABC este egală cu $3\sqrt{3}$.

Soluție (barem):

92 sin sin AC R B B = = , unde R este raza cercului circumscris triunghiului ABC 3p Cum 3sin 3 2 π = , obținem 3 3 R = 2p

102. Matematica — Subiectul I, exercițiul 6

Sursă: 2026 · Vara Iunie · V03

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V03.pdf

6. Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $\text{tg}B=\frac{1}{3}$ și aria egală cu 24. Arătați că $AC=4$.

Soluție (barem):

1 3 AC AB = , deci 3AB AC = 2p 24 2 AB AC · = , deci 2 16 AC = , de unde obținem 4AC = 3p